

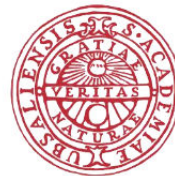
Uppgiftshäfte

Matteproppen

Senast reviderad inför Proppen 2020



TEKNAT
TEKNIK OCH NATURVETENSKAP



UPPSALA
UNIVERSITET

Innehåll

Uppdelning av häfte	2
Uppgifter	2
1 Block 1	2
1.1 Bråkräkning	2
1.2 Uttryck	3
1.3 Ekvationer och räta linjer	4
2 Block 2	5
2.1 Faktorisering	5
2.2 Kvadratkomplettering	6
3 Block 3	7
3.1 Pythagoras sats och radianer	7
3.2 Trigonometri	8
3.3 Trigonometriska uttryck	9
3.4 Trigonometriska ekvationer	10
4 Block 4	10
4.1 Potenser	10
4.2 Logaritmer	11
4.3 Logaritm- och exponentialfunktioner	11
5 Facit	13
5.1 Block 1	13
5.2 Block 2	14
5.3 Block 3	15
5.4 Block 4	17

Uppdelning av häfte

Varje block innehåller delar som påminner och kompletterar varandra.

Varje del i blocket är uppdelat i en A-del och en B-del, där A-delen är lite mer grundläggande medan B-delen är lite mer utmanande.

Längst bak i detta häfte finns även facit för kontroll av uppgifterna.

Uppgifter

1 Block 1

1.1 Bråkräkning

A

1. Skriv på enklaste bråkform

- (a) $\frac{6}{9}$
- (b) $\frac{18}{24}$
- (c) $\frac{7}{21}$
- (d) $\frac{45}{100}$

2. Beräkna

- (a) $\frac{3}{5} + \frac{4}{3}$
- (b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$
- (c) $\frac{7}{8} + \frac{1}{3}$
- (d) $\frac{15}{12} - \frac{3}{5}$

3. Beräkna

- (a) $\frac{1}{7} \cdot \frac{14}{3} - \frac{1}{3}$
- (b) $\frac{24}{15} \cdot \frac{5}{16}$
- (c) $\frac{\frac{5}{6}}{\frac{15}{24}}$
- (d) $\frac{\frac{18}{35}}{\frac{12}{55}}$

B

4. Beräkna

- (a) $(\frac{5}{9} - \frac{1}{3}) \cdot \frac{3}{2}$
- (b) $\frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{12}}{\frac{2}{3}}$
- (c) $\frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{18} + \frac{1}{3}}$
- (d) $\frac{\frac{24}{15}}{\frac{18}{25} \cdot \frac{2}{6}}$
- (e) $\frac{(1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{3})(1+\frac{1}{4})\cdots(1+\frac{1}{8})}{(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{4})\cdots(1-\frac{1}{8})}$

5. Placera ut $<$, $>$ eller $=$ mellan uttrycken

- (a) $\frac{9}{8}$ och $\frac{8}{7}$
- (b) $\frac{1}{98}$ och $\frac{1}{99}$
- (c) $\frac{29}{147}$ och $\frac{1}{5}$

6. Finn ett bråk mellan uttrycken

- (a) $\frac{4}{5}$ och $\frac{8}{9}$
- (b) $\frac{5}{7}$ och $\frac{3}{4}$

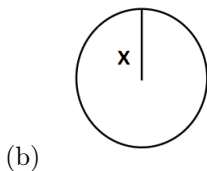
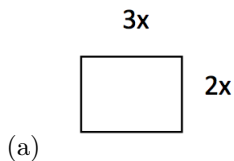
1.2 Uttryck

A

7. Förenkla uttrycket om det går

- (a) $\frac{3x}{3+6x}$
- (b) $\frac{3x}{1+3x}$
- (c) $\frac{5x}{7x^2+x}$
- (d) $\frac{10x^2}{4x^3+2x^2}$

8. Teckna ett uttryck för omkretsen för respektive figur



B

9. Förenkla följande uttryck

(a) $\frac{x+3}{(3-x)(2+x)} - \frac{5-x}{(3-x)(2-x)}$

(b) $\frac{\frac{2}{y}+3}{\frac{2}{y}-3}$

(c) $\frac{2}{\frac{t}{t+1} + \frac{t}{t-1}}$

(d) $(\frac{2}{K} + K)(K - \frac{1}{K})$

10. En cykeltillverkare räknar med att kostnaden för att tillverka c antal cyklar är $150\,000 + 500c$ kr. Av de cyklar som tillverkades skänktes 100 st till välgörenhet och resten går till försäljning.

(a) Ställ upp ett uttryck för produktionskostnaden per cykel som går till försäljning.

(b) Hur stor blir produktionskostnaden per cykel som går till försäljaren om det tillverkas 5100 st cyklar?

11. Förenkla uttrycket

$$\frac{2+x^2}{x + \frac{x^3}{2-x^2}} - \frac{\frac{3}{x}+1}{x + \frac{2x}{x-2}}$$

12. För vilka x är följande uttryck ej definierat

(a) $\frac{x}{3-x}$

(b) $\frac{2x}{3x+2}$

(c) $\frac{5x^2}{x^2-4}$

(d) $\frac{7x+3x^2}{2x^2-18}$

1.3 Ekvationer och räta linjer

A

13. Lös följande ekvationer

(a) $6x + 3 = 3x + 15$

(b) $5x + 2 = 3 - 2x$

(c) $x(x - 2) = 0$

(d) $(x + 2)(x - 3) = 0$

14. Lös följande ekvationer

(a) $\frac{x-2}{x+2} = 0$

(b) $\frac{x-2}{x-2} = 0$

(c) $\frac{x+3}{x-1} = 2$

(d) $\sqrt{x+2} = 3$

15. Rita den räta linjen beskriven av

(a) $y = x + 1$

(b) $y = -2x + 1$

(c) $4x + 2y = -3$

(d) $y = 3$

16. Lös följande ekvationssystem

Ledning: I uppgift (b) är a och b heltal

(a)
$$\begin{cases} y + x = 3 \\ 2y + 3x = 8 \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 7 \\ a + b = 7 \end{cases}$$

17. Lös följande ekvationssystem

Ledning: I uppgift (b) kan svaret ses där a och b är heltal.

(a)
$$\begin{cases} x + 3y = 14 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} \sqrt{a} + b = 11 \\ \sqrt{b} + 3a = 15 \end{cases}$$

B

18. Lös följande ekvationer

Ledning: I uppgift (b) kan svaret ses

(a)
$$\frac{x^2+2x+3}{x-2} = \frac{4x+3}{x-2}$$

(b)
$$x + \sqrt[3]{x} = -2$$

(c)
$$\frac{5x}{6} - \frac{x+2}{9} = \frac{1}{2}$$

(d)
$$x^3 = 25x$$

19. Beskriv med egna ord skillnaden mellan en ekvation och en funktion.

20. Lös ekvationen

Ledning: Kan du se en lösning genom att enbart titta på ekvationen?

$$\frac{5x+3}{x^2} = x - 1$$

21. Finn funktionen för den räta linjen utifrån följande fakta

(a) Linjen passerar punkterna $(3,0)$ och $(4,2)$

(b) Linjen passerar punkterna $(-1,3)$ och $(3,-5)$

(c) Linjen passerar punkterna $(-2,5)$ och $(1,2)$

(d) Linjen passerar punkten $(-4,1)$ och är parallell med en linje $2x - 3y + 5 = 0$

22. Finn skärningspunkten mellan linjerna

(a) $y = 2x + 5$ och $y = -2x + 1$

(b) $y = 7$ och $2y + 3x = 0$

(c) $y = ax + 3$ och $y = 2x + a$

2 Block 2

2.1 Faktorisering

A

1. Utveckla

- (a) $(x + 2)(x - 2)$
- (b) $(3x + 5)(3x - 5)$
- (c) $(5 - x)(5 + x)$
- (d) $(y - z)(y + z)$

2. Utveckla

- (a) $(x + 2)^2$
- (b) $(x - 3)^2$
- (c) $(2 - x)^2$
- (d) $(8 + 2x)^2$

3. Faktorisera

- (a) $x^2 - 4$
- (b) $25 - x^2$
- (c) $9 + 6x + x^2$
- (d) $4x^2 + 16x + 16$

4. Faktorisera

- (a) $20x^2 - 20$
- (b) $3(b^2 - 1)$
- (c) $15q^2 - 60 + 45q$
- (d) $\frac{4x^2 - 100x + 49}{7}$

B

5. Faktorisera

- (a) $2x^2 - 18$
- (b) $50x - 2x^3$
- (c) $9x^2 - 1$
- (d) $81x^2 - 4$

6. Förenkla så långt som möjligt

- (a) $\frac{3x+6}{2x^3+4x^2}$
- (b) $\frac{x^2-25}{2x+10}$
- (c) $\frac{x^3-36x}{2x-12}$
- (d) $\frac{1}{z-5} - \frac{3}{5-z}$

7. Förenkla så långt som möjligt

- (a) $\frac{\frac{b}{a} - \frac{a}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$
- (b) $\frac{\frac{a^3}{b} - ab}{\frac{a^2}{b} + a}$
- (c) $\frac{1}{y-y^2} - \frac{1}{y}$
- (d) $\frac{1}{b^2-4b} - \frac{2}{b^2-16}$

8. Förenkla och skriv utan rotuttryck i nämnaren

- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$
- (b) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$
- (c) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

2.2 Kvadratkomplettering

A

9. Kvadratkomplettera uttrycket. Bestäm c så uttrycket blir en jämn kvadrat
- (a) $x^2 + 2x + c$
 - (b) $y^2 - 10y + c$
 - (c) $z^2 + 7z + c$
 - (d) $w^2 - 20w + c$
10. Skriv om uttrycket som en skillnad mellan två kvadrater
Ledning: svaret ska vara på formen $(a + b)^2 - c^2$
- (a) $x^2 + 4x$
 - (b) $x^2 - 6x$
 - (c) $x^2 + 14x$
 - (d) $x^2 - 20x$
11. Skriv om uttrycket som en skillnad mellan två kvadrater
Ledning: Använd resultatet i föregående uppgift
- (a) $x^2 + 4x - 5$
 - (b) $x^2 - 6x + 5$
 - (c) $x^2 + 14x + 46$
 - (d) $x^2 - 20x - 1$

B

12. Faktorisera

- (a) $x^2 + 3x - 4$
- (b) $x^2 - 10x + 21$
- (c) $x^2 + 16x + 15$
- (d) $x^2 - 20x + 19$

13. Faktorisera

- (a) $a^2 + 6a + 2$
- (b) $8y + 1 + y^2$
- (c) $r^2 - \frac{11}{4} - 13r$
- (d) $2t^2 - 18t - \frac{38}{4}$

14. En cirkels ekvation har formen $(x - c_1)^2 + (y - c_2)^2 = r^2$ där (c_1, c_2) är cirkelns mittpunkt och r är radien. Ange mittpunkt och radie för följande cirklar

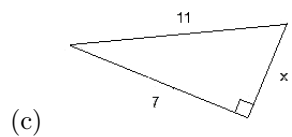
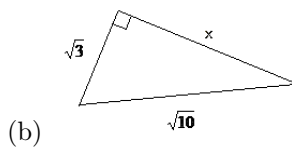
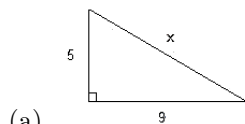
- (a) $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$
- (b) $x^2 + y^2 - y - 2x + 1 = 0$

3 Block 3

3.1 Pythagoras sats och radianer

A

1. Bestäm längden x i triangeln



2. Omvandla till grader

- (a) $\frac{\pi}{4}$
(b) $\frac{5\pi}{3}$

3. Omvandla till radianer

- (a) 270°
(b) 135°

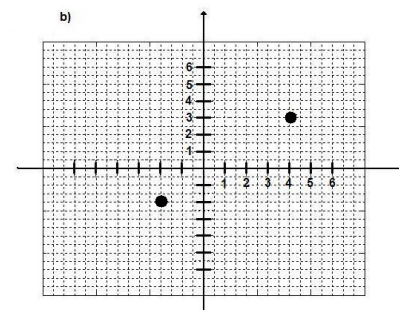
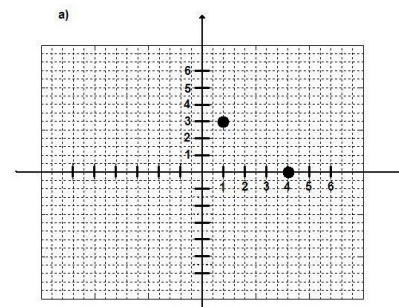
B

4. En rätvinklig triangel har sina hörnpunkter i $(2,-4)$, $(4,2)$ och $(6,-2)$.

Ledning: Skissa triangeln.

- (a) Beräkna längden av kateterna
(b) Beräkna längden av hypotenusan
(c) Beräkna arean

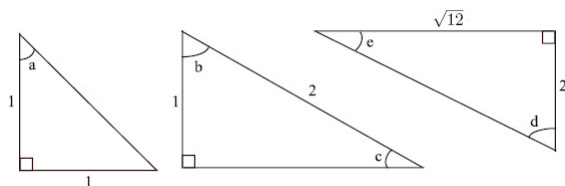
5. Bestäm avståndet mellan punkterna A och B



3.2 Trigonometri

A

6. För följande vinklar, ange värdet för uttrycken $\sin(v)$, $\cos(v)$ och $\tan(v)$
- (a) $v = \frac{-3\pi}{4}$
 - (b) $v = \frac{\pi}{3}$
 - (c) $v = 210^\circ$
 - (d) $v = 150^\circ$
7. Ange både antalet grader och antalet radianer för vinklarna a , b , c , d och e .



B

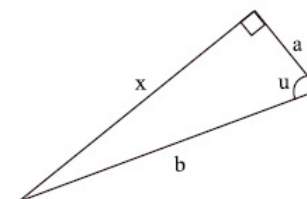
8. Låt (x,y) vara koordinaterna för en punkt på enhetscirkeln med motsvarande vinkel v i det polära systemet. Bestäm värdet för uttrycken $\cos(v)$ och $\tan(v)$ om
- (a) $\sin(v) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ och (x,y) ligger i första kvadranten
 - (b) $\sin(v) = \frac{-1}{2}$ och (x,y) ligger i tredje kvadranten
 - (c) $\sin(v) = 1$
 - (d) $\sin(v) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ och (x,y) ligger i andra kvadranten

9. Bestäm konstanten k så att

- (a) $\cos(v + \pi) = k \cdot \cos(v)$
- (b) $\cos(-v) = k \cdot \cos(v)$
- (c) $\sin(-v) = k \cdot \sin(v)$

10. Ange utifrån triangeln ett uttryck för

- (a) x^2
- (b) $\cos(u)$
- (c) $\sin(u)$
- (d) $\sin^2(u) + \cos^2(u)$



3.3 Trigonometriska uttryck

A

11. Använd additionssatserna för $\cos(u + v)$ och $\sin(u + v)$ och visa att
- (a) $\cos(2v) = \cos^2(v) - \sin^2(v)$
 - (b) $\sin(2v) = 2\sin(v)\cos(v)$

12. Skriv i termer av $\cos(v)$ och/eller $\sin(v)$

- (a) $\cos(v - \pi)$
- (b) $\cos(v - \frac{\pi}{2})$
- (c) $\cos(v - \frac{7\pi}{6})$
- (d) $-\sin(-\frac{\pi}{3} + v)$

13. Beräkna värdet för uttrycket $\sin(v)$ med hjälp av trigonometriska ettan samt följande fakta

- (a) $\cos(v) = \frac{1}{3}$ och $0 < v < \pi$
- (b) $\cos(v) = -\frac{5}{6}$ och $\pi < v < 2\pi$

B

14. Beräkna $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$. Använd detta samt de trigonometriska additionssatserna för att beräkna

- (a) $\cos(\frac{\pi}{12})$
- (b) $\cos(\frac{11\pi}{12})$
- (c) $\sin(\frac{7\pi}{12})$
- (d) $\tan(\frac{5\pi}{12})$

15. Använd enhetscirkeln för att härleda den trigonometriska additionssatsen för $\cos(u - v)$

Ledning: Rita ut vinklarna u , v och $u-v$

3.4 Trigonometriska ekvationer

A

16. Ange alla x för vilka

- (a) $\cos(\pi + x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- (b) $\sin(3x - \frac{\pi}{2}) = 0$
- (c) $\cos(\frac{5x}{2}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (d) $\cos(5x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$

17. För vilka vinklar i intervallet $0^\circ < v < 90^\circ$ gäller att $\sin(3v) < \frac{1}{2}$?

B

18. Visa att $\frac{1 - \sin(v)}{\cos(v)} = \frac{\cos(v)}{1 + \sin(v)}$

19. Visa att $\sqrt{2}\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \cos(x) - \sin(x)$.

4 Block 4

4.1 Potenser

A

1. Beräkna

- (a) 2^3
- (b) $(-2)^3$
- (c) $(-3)^2$
- (d) 8^{-2}

2. Beräkna

- (a) $(3 + 5)^2$
- (b) $3 + 5^2$
- (c) $3^2 + 5^2$
- (d) $(3 \cdot 5)^2$

3. Skriv på potensform med basen 2

- (a) 8
- (b) $\frac{1}{4}$
- (c) -32
- (d) $2 \cdot 2^{19}$

B

4. Förenkla

- (a) $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{4}}$
- (b) $\frac{3^{\frac{5}{4}}}{9^{\frac{5}{8}}}$
- (c) $\left(\frac{81}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{4}}$
- (d) $(a^{10}b^5)^{\frac{3}{5}}$

5. Lös ekvationen

- (a) $(5^{\sqrt{2}})^x = 5$
- (b) $(2^\pi)^{5x} = 64$
- (c) $x^3 = -27$
- (d) $x^8 = 3^{16}$

4.2 Logaritmer

A

6. (a) Skriv talet 10000 som en potens med basen 10
(b) Bestäm lg 10000
(c) Skriv talet 0,01 som en potens med basen 10
(d) Bestäm lg 0,01

7. Lös ekvationen

- (a) $lg x = 2$
- (b) $lg x = -3$
- (c) $lg x = 0$
- (d) $lg x = 1$

8. Förenkla

- (a) $\lg 4 + \lg 5$
- (b) $\lg 24 - \lg 6$
- (c) $5\lg 2 - \lg 32$
- (d) $\ln 2 + \ln 5$

B

9. Lös ekvationen

- (a) $\lg x = \lg 4 + \lg 3$
- (b) $\lg (2x + 5) = \lg 24 - \lg 6$
- (c) $\lg x + \lg (x + 2) = \lg 3$
- (d) $\lg 12x - \lg (1 + x) = 1$

10. Förenkla uttrycket och svara uttryckt i $\ln x$ och $\ln y$

- (a) $\ln x^2 - \ln y^2$
- (b) $\ln xy - \ln \frac{x}{y}$
- (c) $\ln \frac{x}{y} + \ln \frac{y}{x}$

4.3 Logaritm- och exponentialfunktioner

A

11. Lös ekvationen

- (a) $2^x = 2$
- (b) $2^x = 64$
- (c) $2^x = \frac{1}{64}$
- (d) $4^x = 2$

12. Lös ekvationen

- (a) $(e^{2x} - 2) \cdot (e^x - 1) = 0$
- (b) $e^{3x} - 3e^{2x} = 0$
- (c) $\ln x = -1$

B

13. Lös ekvationen

- (a) $\lg x = 5$
- (b) $3\ln x = \ln 3x$
- (c) $\lg x = 1 + \lg 3$
- (d) $4\lg x = -4 + 2\lg 2x$

14. Finn ett tal k så att

- (a) $10^x = e^{kx}$
- (b) $100^x = 10^{kx}$
- (c) $3^x = 4^{kx}$

15. År 2000 uppgår Sveriges BNP per capita till 250 miljoner SEK. Antag att BNP ökar med 3 % per år.

- (a) Hur hög är Sveriges BNP per capita år $2000 + t$?
- (b) Vilket år uppnår Sveriges BNP per capita 400 miljoner SEK? (*Använd den naturliga logaritmen i ditt svar*)
- (c) Hur lång tid tar det för Sveriges BNP per capita att fördubblas? Spelar det någon roll vilket startdatum man använder?

5 Facit

5.1 Block 1

- $\frac{2}{3}$
 - $\frac{3}{4}$
 - $\frac{1}{3}$
 - $\frac{9}{20}$
- $\frac{29}{15}$
 - $\frac{1}{4}$
 - $\frac{29}{24}$
 - $\frac{13}{20}$
- $\frac{1}{3}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{4}{3}$
 - $\frac{33}{14}$
- $\frac{1}{3}$
 - $\frac{1}{2}$
 - $\frac{1}{14}$
 - $\frac{8}{3}$
 - 36
- $<$
 - $>$
 - $<$
- Ex. $\frac{38}{45}$
 - Ex. $\frac{41}{56}$
- $\frac{x}{1+2x}$
 - Går ej
 - $\frac{5}{7x+1}$
 - $\frac{5}{2x+1}$
- 10x
 - $2\pi x$
- $-\frac{4(1+x)}{(3-x)(2-x)(2+x)}$
 - $\frac{2+3y}{2-3y}$
 - $\frac{t^2-1}{t^2}$
 - $\frac{K^4+K^2-2}{K^2}$
- $\frac{150000+500c}{c-100}$ Förutsatt att mer än 100 cyklar produceras. Då $c=100$ ger division med noll.
 - 540 kr
- $-\frac{x^6-2x^2+2x-12}{2x^3}$
- $x = 3$
 - $x = -\frac{2}{3}$
 - $x = 2$ och -2
 - $x = 3$ och -3
- $x = 4$
 - $x = \frac{1}{7}$
 - $x_1 = 0, x_2 = 2$
 - $x_1 = -2, x_2 = 3$
- $x = 2$
 - Saknar lösningar
 - $x = 5$
 - $x = 7$

15. *Kontrollera ditt svar med proppläraren*

16. (a) $x = 2, y = 1$
(b) $a = 4, b = 3$

17. (a) $x = 11, y = 1$
(b) $a = 4, b = 9$

18. (a) $x = 0$ ($x=2$ är en falsk lösning!)
(b) $x = -1$ (En kubikrot kan vara negativ!)
(c) $x = 1$
(d) $x_1 = 0, x_2 = 5, x_3 = -5$

19. En ekvation har lösningar, alltså dvs. den gäller bara för vissa variabler. En funktion gäller för alla värden på variabeln inom sin definitionsmängd.

20. (a) $x_{1,2} = -1, x_3 = 3$

21. (a) $y = 2x - 6$
(b) $y = -2x + 1$
(c) $y = -x + 3$
(d) $y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$

22. (a) $(-1, 3)$
(b) $(\frac{-14}{3}, 7)$
(c) $(\frac{a-3}{a-2}, \frac{a^2-6}{a-2})$

5.2 Block 2

1. (a) $x^2 - 4$
(b) $9x^2 - 25$
(c) $25 - x^2$
(d) $y^2 - z^2$

2. (a) $x^2 + 4x + 4$
(b) $x^2 - 6x + 9$
(c) $4 - 4x + x^2$
(d) $64 + 32x + 4x^2$

3. (a) $(x + 2)(x - 2)$
(b) $(5 - x)(5 + x)$
(c) $(3 + x)^2$
(d) $4(x + 2)^2$

4. (a) $(20x + 20)(x - 1)$
(b) $(9b + 9)(\frac{b}{3} - \frac{1}{4})$
(c) $15(q - 1)(q + 4)$
(d) $(\frac{2x}{7} - \frac{1}{7})(2x - 49)$

5. (a) $2(x - 3)(x + 3)$
(b) $2x(5 - x)(5 + x)$
(c) $(3x - 1)(3x + 1)$
(d) $(9x - 2)(9x + 2)$

6. (a) $\frac{3}{2x^2}$
(b) $\frac{x-5}{2}$
(c) $\frac{x(x+6)}{2}$
(d) $\frac{4}{z-5}$

7. (a) $b + a$
(b) $a - b$
(c) $\frac{1}{1-y}$
(d) $-\frac{1}{b^2+4b}$

8. (a) $\sqrt{2} + 1$

- (b) $5 - 2\sqrt{6}$
 (c) $\frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{2}$
9. (a) $c = 1, (x + 1)^2$
 (b) $c = 25, (y - 5)^2$
 (c) $c = \frac{49}{4}, (z + \frac{7}{2})^2$
 (d) $c = 100, (w - 10)^2$
10. (a) $(x + 2)^2 - 2^2$
 (b) $(x - 3)^2 - 3^2$
 (c) $(x + 7)^2 - 7^2$
 (d) $(x - 10)^2 - 10^2$
11. (a) $(x + 2)^2 - 3^2$
 (b) $(x - 3)^2 - 2^2$
 (c) $(x + 7)^2 - (\sqrt{3})^2$
 (d) $(x - 10)^2 - (\sqrt{101})^2$
12. (a) $(x + 4)(x - 1)$
 (b) $(x - 3)(x - 7)$
 (c) $(x + 1)(x + 15)$
 (d) $(x - 19)(x - 1)$
13. (a) $(a + 3 - \sqrt{7})(a + 3 + \sqrt{7})$
 (b) $(y + 4 - \sqrt{15})(y + 4 + \sqrt{15})$
 (c) $(r - \frac{13}{2} - 3\sqrt{5})(r - \frac{13}{2} + 3\sqrt{5})$
 (d) $2(t + \frac{1}{2})(t - \frac{19}{2})$
14. (a) *Mittpunkt* = $(1, -2)$, *Radie* = 3
 (b) *Mittpunkt* = $(1, \frac{1}{2})$, *Radie* = $\frac{1}{2}$

5.3 Block 3

1. (a) $\sqrt{106}$
 (b) $\sqrt{7}$
 (c) $\sqrt{72}$
2. (a) 45°
 (b) 300°
3. (a) $\frac{3\pi}{2}$
 (b) $\frac{3\pi}{4}$
4. (a) $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ l.e.
 (b) $\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ l.e.
 (c) 10 a.e.
5. (a) $\sqrt{18}$ l.e.
 (b) $\sqrt{61}$ l.e.
6. *Svar i ordning sin(v), cos(v) och tan(v)*
 (a) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 1$
 (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \sqrt{3}$
 (c) $-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{\sqrt{3}}$
 (d) $\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{\sqrt{3}}$
7. (a) $45^\circ = \frac{\pi}{4}$ rad
 (b) $60^\circ = \frac{\pi}{3}$ rad
 (c) $30^\circ = \frac{\pi}{6}$ rad
 (d) $60^\circ = \frac{\pi}{3}$ rad
 (e) $30^\circ = \frac{\pi}{6}$ rad

8. Svar i ordning $\cos(v)$ och $\tan(v)$
- $\frac{1}{2}, \sqrt{3}$
 - $-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{\sqrt{3}}$
 - 0 , ej def.
 - $-\frac{1}{\sqrt{2}}, -1$
9. (a) -1
 (b) 1
 (c) -1
10. (a) $x^2 = b^2 - a^2$
 (b) $\cos(u) = \frac{a}{b}$
 (c) $\sin(u) = \frac{x}{b}$
 (d) $\sin^2(u) + \cos^2(u) = 1$
11. Kontrollera ditt svar med proppläraren
 Ledning: $2v = v + v$
12. (a) $-\cos(v)$
 (b) $\sin(v)$
 (c) $-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(v) - \frac{1}{2}\sin(v)$
 (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(v) - \frac{1}{2}\sin(v)$
13. (a) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 (b) $-\frac{\sqrt{11}}{6}$
14. (a) $\frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}}{4}$
 (b) $-\frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}}{4}$
 (c) $\frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}}{4}$
 (d) $\frac{\sqrt{6+\sqrt{2}}}{\sqrt{6-\sqrt{2}}}$
15. Kontrollera ditt svar med proppläraren
 Ledning: Ställ upp uttrycket för $\cos(u-v)$. Använd cosinussatsen och avståndsformeln. Kombonera dessa och använd trigonometriska ettan.
16. (a) $x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$, där n är ett heltal ($n \in \mathbb{Z}$)
 (b) $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}$, där n är ett heltal ($n \in \mathbb{Z}$)
 (c) $x = \pm\frac{\pi}{3} + \frac{4\pi n}{5}$, där n är ett heltal ($n \in \mathbb{Z}$)
 (d) $x = -\frac{\pi}{60} + \frac{2\pi n}{5}$ och $x = \frac{7\pi}{60} + \frac{2\pi n}{5}$,
 där n är ett heltal ($n \in \mathbb{Z}$)
17. $0^\circ < v < 10^\circ$ och $50^\circ < v < 90^\circ$
18. Kontrollera ditt svar med proppläraren
 Ledning: I VL: förläng med konjugatet. Förenkla uttrycket med trigonometriska ettan
19. $VL = \sqrt{2}\cos(x + \frac{\pi}{4})$
 $= \sqrt{2}(\cos(x)\cos(\frac{\pi}{4}) - \sin(x)\sin(\frac{\pi}{4}))$
 $= \sqrt{2}(\cos(x) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}) - \sin(x) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $= \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos(x) - \sin(x))$
 $= \cos(x) - \sin(x) = HL$

5.4 Block 4

1. (a) 8
(b) -8
(c) 9
(d) $\frac{1}{64}$
2. (a) 64
(b) 28
(c) 34
(d) 225
3. (a) 2^3
(b) 2^{-2}
(c) -2^5 eller $(-2)^5$
(d) 2^{20}
4. (a) $a^{\frac{13}{12}}$
(b) 1
(c) 6
(d) $a^6 b^3$
5. (a) $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$
(b) $x = \frac{6}{5\pi}$
(c) $x = -3$
(d) $x = 9$
6. (a) 10^4
(b) 4
(c) 10^{-2}
(d) -2
7. (a) $x = 100$
(b) $x = \frac{1}{1000}$
(c) $x = 1$
(d) $x = 10$
8. (a) $lg\ 20$
(b) $lg\ 4$
(c) 0
(d) $ln\ 10$
9. (a) $x = 12$
(b) $x = -\frac{1}{2}$
(c) $x = 1$
(d) $x = 5$
10. (a) $2ln\ x - 2ln\ y$
(b) $2ln\ y$
(c) 0
11. (a) $x = 1$
(b) $x = 6$
(c) $x = -6$
(d) $x = \frac{1}{2}$
12. (a) $x_1 = \frac{ln\ 2}{2}$ och $x_2 = 0$
(b) $x = ln\ 3$
(c) $x = \frac{1}{e}$

13. (a) $x = 10^5$
(b) $x = \sqrt{3}$
(c) $x = 30$
(d) $x = 0,02$
14. (a) $k = \ln 10$ eller $k = \frac{1}{\lg e}$
(b) $k = 2$
(c) $k = \frac{\log 3}{\log 4}$
15. (a) $250 \cdot 1,03^t$ MSEK
(b) År $2000 + \frac{\ln \frac{8}{5}}{\ln 1,03}$
(c) $\frac{\ln 2}{\ln 1,03}$ år. Nej, det spelar ingen roll.

Bra jobbat! Nu när du har gått igenom Matteproppen är du redo för dina studier vid Uppsala universitet. Lycka till med allt och glöm inte att ha roligt på vägen! :)

/Propplärarna